♡ **다음을 풀이과정을 자세히 설명하며 풀어라.**

1. 다음 점을 순서대로 연결하여 만들어진 다각형의 넓이를 구하는, 적어도 3가지 근본적으로 서로 다른 방법을 설명하고, 각각의 방법으로 그 값을 구하여라.

$x_0 = x_5 = (1,1)$, $x_1 = (3,0)$, $x_2 = (2,2)$, $x_3 = (4,2)$, $x_4 = (0,3)$.

2. 평면에서 정의된 사상 F가 내적을 보존하고, $F(0) = 0$이면 F는 선형사상임을 보여라.

3. 주어진 두 점 P, Q를 잇는 곡선 $C : (x(t), y(t))$ $(a \leq t \leq b)$에 대하여 다음으로 정의되는 에너지함수 E를 생각할 때 E가 최소가 되는 곡선 C를 구하여라. (Hint: 적분에 대한 Cauchy 부등식을 생각할 것.)

$$E(C) := \frac{1}{2}\int_a^b (x')^2 + (y')^2 dt.$$

4. $1/p + 1/q = 1, p, q > 1, a, b > 0$일 때, 함수 $y = x^{p/q}$의 그래프와 직선 $x = a, y = b$를 사용하여 영의 부등식을 증명하여라:

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}.$$

5. 어떤 평면 Σ가 $y = x$ 방향으로는 수평하고, $y = -x$ 방향으로는 45° 기울어져 있다. Σ 위의 곡선 C를 xy-평면으로 정사영한 곡선 D의 방정식이 $x^2 + 2xy + 2y^2 = 1$이었다.

(1) Σ의 방정식을 구하여라.

(2) 점 P가 곡선 C 위를 일정한 속도로 움직일 때, 이를 정사영한 점 Q가 곡선 D 위에서 속도가 각각 최대 및 최소가 되는 점을 찾아라.

학과 :

학번 :

이름 :

점수