20100423 **미분기하학 중간시험** 김영욱

♡ **다음을 풀이과정을 자세히 설명하며 풀어라.**

1. 포물선 $4y = x^2$ 위의 원점과 $(\pm 2a, a^2)$을 지나는 원을 찾고 $a \to 0$일 때 이 원의 반지름의 극한을 구하여라.

2. 닫힌 평면 곡선이 자기 자신과 서로 다른 세 점에서 만날 때, 이 곡선의 전곡률이 될 수 있는 수를 모두 찾고, 이에 대한 곡선의 예를 하나씩 들어 그려라.

3. 점 $(0, -1)$을 지나는 직선이 x-축을 만날 때 이 점에서 이 직선의 수선을 긋자. 이 수선들 모두와 접하는 곡선의 방정식을 구하여라. (근의 판별식을 사용하지 말 것.)

4. 다음 공간 곡선의 곡률과 열률을 구하여라. ($t > 0$)

$$\left(t, \frac{1+t}{t}, \frac{1-t^2}{t}\right)$$

5. 곡선 helix $(\cos t, \sin t, t)$를 점 $(1, 0, 0)$에서 osculating plane을 구하라. 이 곡선을 이 평면으로 정사영하였을 때, 이 곡선의 식을 구하여라.

6. 앞의 문제에서 osculating plane 위에 점$(1, 0, 0)$을 중심으로 하고 접선(T)와 주법선(N) 방향을 각각 x 및 y 축으로 하는 좌표계를 잡고, 이 좌표계에서 정사영한 곡선의 점의 y-좌표를 x의 함수로 표시하였을 때, 원점에서 이 함수의 Taylor 전개를 2차항 까지 구하여라.

학과 :

학번 :

이름 :

점수