아래 식을 증명하라.

$$\cosh a = \frac{\cos\beta\cos\gamma + \cos\alpha}{\sin\beta\sin\gamma} \tag{1}$$

proof)
책 page190에 있는 코사인 법칙을 이용하여 증명한다.

$$\cos\alpha = \frac{\cosh b\cosh c - \cosh a}{\sinh b\sinh c}$$

계산을 간단히 하기 위해서
$A = \cosh\alpha, B = \cosh\beta, C = \cosh\gamma$라고 두자.
그러면

$$\cos\alpha = \frac{\cosh b\cosh c - \cosh a}{\sinh b\sinh c} = \frac{BC - A}{\sqrt{B^2-1}\sqrt{C^2-1}} \text{ 이고 같은 식으로}$$

$$\cos\beta = \frac{AC - B}{\sqrt{A^2-1}\sqrt{C^2-1}} \text{이다.}$$

$\sin\beta$는

$$\cos\beta^2 + \sin\beta^2 = 1\text{이므로 } \sin\beta = \frac{\sqrt{1 + 2ABC - A^2 - B^2 - C^2}}{(A^2-1)(C^2-1)}\text{이다.}$$

$\cos\gamma$와 $\sin\gamma$도 위와 같은 식으로 구한다.

$$\cos\gamma = \frac{AB - C}{\sqrt{A^2-1}\sqrt{B^2-1}}, \ \sin\gamma = \frac{\sqrt{1 + 2ABC - A^2 - B^2 - C^2}}{(A^2-1)(B^2-1)}$$

위 $\cos\alpha, \cos\beta, \sin\beta, \cos\gamma, \sin\gamma$ 값을 식 (1)에 넣어서 정리하면 A값, $\cosh\alpha$가 나오게 된다.