

우리수학사와 현대수학 - 02

九章算術의 배경과 내용

김영욱(金英郁)

高麗大學校 數學科

2007년

참고문헌

한국수학사학회지

강신원, 歷史 社會 環境과 九章算術의 構造, 19권 4호 (2006), 1-12.

홍성사, 홍영희, 劉徽와 九章算術, 11권 1호 (1998), 27-35.

역사에 나타난 구장산술

劉徽: 魏末 晉初 (구장산술이 있었다고 생각되는 때로부터 약 500여년 후)

按周公制禮而有九數 九數之流則九章是矣 往者暴秦焚書 經術散壤

自時厥後 漢北平侯張蒼 大司農中丞耿壽昌 皆以善散命世

蒼等因舊文之遺殘 名稱刪補

주공이 예를 제정할 때 그 중에 구수라고 있는데 구수가 바로 구장의 원류이다. 진시황제(-246 ~ -210) 때에 분서의 화를 입어 여러 경술이 피해를 당하였으나, 張蒼, 耿壽昌 등이 수학으로 세상에 이름을 떨치면서 흩어져 부서진 나머지를 주워 모아서 여기에 보충을 하여 지금의 구장산술이 되었다.

유휘의 주석하는 이유

徽幼習九章 長再詳覽 觀陰陽之割裂 總算術之根源 探蹟之暇 遂悟其意
是以敢竭頑魯 采其所見 爲之作注

유년에 구장을 학습하고 성장한 후에 다시 상세하고 면밀히 보고 또 보고 읽고 생각하여 보니 난해하고 평이한 부분으로 이루어져 있음을 알게 되어서 그 내용이 어떠한 근본 원천에서 이루어졌는지 탐구 성찰한 사이에 저자의 의중을 깨닫게 되어 이를 남기고자 한다.

隋書 魏 陳留王 景元四年(263): 劉徽注九章算術

李淳風(602~670)

- 이순풍이 중심이 되어 여러 학자들이 九章算術을 비롯한 당시의 十部算經에 注釋하였다.
- 唐初 이후 수학의 총 결산
- 장창 - 유희 - 이순풍 - 이후 여러 刻本

구장산술의 내용

方田, 粟米, 衰分, 小廣, 商功, 均輸, 盈不足, 方程, 句股

- 方田: 田의 積問題(井田制: 税金) 小形土地만 나눔
分數를 사용한 계산법 완성

- 粟米: 物物交換(斗升合: 말되흙)
貨幣에 의한 구입 문제¹

- 衰分: 비례문제
大夫, 不更(불갱), 簪裹(잠뇨), 上造, 公士는 戰國時代 초기에서부터
있었던 軍功에 의한 爵位이다.(20問 가운데 3問)

¹方田: 分數, 金錢 문제는 두 개 뿐 粟米: 후반 화폐에 의한 생필품 구입 문제 따라서
방전과 속미의 형성 연대 차가 큼

구장산술의 내용

- 小廣: 식량 증산을 위하여 直田, 方田으로 개량
- 商功: 토목공사, 戰國時代의 築城, 建築, 道路, 運河
- 均輸: 대량의 물자를 運搬하는 문제 장사꾼 문제, 전쟁시 아님. 즉, 전국시대 이후
- 盈不足: 1차방정식
- 方程: 1차 연립방정식
- 句股: 직각삼각형 문제

뒷 부분의 배경

- 균수, 영부족, 방정 문제들은 전국시대보다 이후의 문제들. 漢代의 문제로 보임. 張蒼의 addition일 가능성.
- 균수의 250,000斛(휘=10말)의 粟: 큰 농경지
- 균수의 문제: 今有甲發長安...
漢 古祖의 아들 惠帝가 長安城을 쌓았다.
- 방정의 문제: 今有令一人, 吏五人
令吏: 관리, 平和時

方田

1 今有田廣十五步, 從十六步, 問爲田幾何.

答曰, 一畝

$$1 \text{畝} = 240 \text{步}^2$$

5 今有十八分之十二. 問約之得幾何.

答曰, 三分之二.

方田

13 今有圓田，周三十步，徑十步．問爲田幾何．

答曰，七十五步．

32 又有圓田，周一百八十一步，徑六十步，三分步之一．問爲田幾何．

答曰，十一畝九十步，十二分步之一．

術曰，半周半徑相乘得積步．又術曰，周徑相乘，四而一．又術曰，徑自相乘，三之，四而一．又術曰，周自相乘，十二而一．

粟米

粟米之法

粟率五十

稗米二十七

御米二十一

大籩五十四[‘]

稗飯五十四

御飯四十二

稻六十

飧九十

槩一百七十五

糲米三十

繫米二十四

小籩十三半

糲飯七十五

繫飯四十八

菽, 荅, 麻, 麥各四十五

豉六十三

熟菽一百三半

粟米

今有術曰：以所有數乘所求率為實，以所有率為法，實如法而一。
以所有數乘所求率為實，以所有率為法，實如法而一。

今有粟一斗，欲為糲米。問得幾何？

答曰：為糲米六升。

衰分

- 1 今有大夫, 不更, 簪裹, 上造, 公士, 凡五人, 共獵得五鹿.
欲以爵次分之, 問各得幾何?
術曰, 列置爵數, 各自為衰, 副并為法. 以五鹿乘未并者, 各自為實.
實如法得一鹿.
- 4 今有女子善織, 日自倍, 五日織五尺. 問日織幾何?
術曰: 置一, 二, 四, 八, 十六為列衰, 副并為法, 以五尺乘未并者,
各自為實, 實如法得一尺.

小廣

1 今有田廣一步半. 求田一畝, 問從幾何?

答曰:一百六十步.

방전과의 차이는 넓이를 제시하고 변의 길이를 구하는 점이다.(역연산)

23 今有積四千五百尺. 問為立圓徑幾何?

答曰:二十尺

小廣: 開方術, 開立方術

開方術曰: 置積為實. 借一算步之, 超一等. 議所得, 以一乘所借一算為法, 而以除. 除已, 倍法為定法. 其復除. 折法而下. 復置借算步之如初, 以復議一乘之, 所得副, 以加定法, 以除. 以所得副從定法. 復除折下如前. 若開之不盡者為不可開, 當以面命之. 若實有分者, 通分內子為定實. 乃開之, 訖, 開其母報除. 若母不可開者, 又以母乘定實, 乃開之, 訖, 命如母而一.

小廣: 開方術, 開立方術

개방술은 (정사각형의) 넓이를 나눴수로 놓고 借算을 걸리는데, 매 걸음마다 한자리씩 건너뛴다. 몫을 따져 그것을 차산에 한번 곱하여 나눴수로 삼아 나눴수에서 뺀다. 나눴수를 배로 해서 定法으로 삼는다. 나누면서 한 자리 물려서 밑에 놓는다. 또 차산을 놓고 처음처럼 걸린 다음, 다시 따진 몫으로 그것을 한 번 곱하여 얻어진 값을 덜 붙여서 그것을 더한 것으로 나눴수를 정하고, 그것으로 뺀다. 얻어진 값으로 정해진 나눴수에 덧붙이고, 다시 빼서, 처음처럼 한 자리 물려서 밑에 놓는다.

商功

토목공사의 공정, 부피

각기둥, 원기둥, 정사각뿔, 원뿔, 사각뿔대, 원뿔대

術曰：并上下廣而半之，以高若深乘之，又以袤(길이무)乘之，即積尺.

今有城下廣四丈，上廣二丈，高五丈，袤一百二十六丈五尺. 問積幾何？

答曰：一百八十九萬七千五百尺.

均輸

今有人持金出五關, 前關二而稅一, 次關三而稅一, 次關四而稅一, 次關五而稅一, 次關六而稅一. 并五關所稅, 適重一斤. 問本持金幾何?

答曰: 一斤三兩四銖, 五分銖之四.

術曰: 置一斤, 通所稅者以乘之為實. 亦通其不稅者以減所通, 餘為法. 實如法得一斤.

盈不足

今有共買物，人出八，盈三；人出七，不足四。問人數，物價各幾何？

答曰：七人，

物價五十三。

盈不足術曰：置所出率，盈，不足各居其下。令維乘所出率，并以為實。并盈，不足為法。實如法而一。有分者，通之。盈不足相與同其買物者，置所出率，以少減多，餘，以約法，實。實為物價，法為人數。

方程

今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗；

上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，實三十四斗；

上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，實二十六斗。

問上，中，下禾實一秉各幾何？

答曰：

上禾一秉，九斗，四分斗之一，

中禾一秉，四斗，四分斗之一，

下禾一秉，二斗，四分斗之三。

句股

今有句三尺, 股四尺, 問為弦幾何?

答曰: 五尺.

句股術曰: 句股各自乘, 并, 而開方除之, 即弦.

又股自乘, 以減弦自乘, 其餘開方除之, 即句.

又句自乘, 以減弦自乘, 其餘開方除之, 即股.

今有邑方不知大小, 各中開門. 出北門二十步有木. 出南門十四步, 折而西行一千七百七十五步見木. 問邑方幾何?

答曰: 二百五十步.

術曰: 以出北門步數乘西行步數, 倍之, 為實. 并出南門步數為從法, 開方除之, 即邑方.